

ПРОГРАММА КУРСА ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ (1 ПОТОК)

I. Линейные пространства (ЛП).

Числовые поля. Определение ЛП. Некоторые простейшие свойства ЛП. Линейная зависимость элементов ЛП. Базис и координаты элементов ЛП. Размерность ЛП. Изоморфизм ЛП. Преобразование базиса и координат элементов ЛП. Подпространства. Линейные оболочки. Линейная оболочка столбцов матрицы. Теоремы о ранге произведения матриц.

II. Системы линейных уравнений (СЛУ).

Критерий совместности общей СЛУ. Однородные СЛУ. Общее решение неоднородной СЛУ.

III. Евклидовы и унитарные пространства (ЕП и УП).

Определение ЕП и УП. Метрические свойства ЕП. Ортонормированный базис в ЕП. Разложение ЕП на прямую сумму его подпространств. Ортогональные и унитарные матрицы. Общий вид линейного функционала. Изоморфизм ЕП.

IV. Линейные операторы (ЛО) в конечномерном ЛП.

Матрица ЛО. Преобразование матрицы ЛО при переходе от одного базиса к другому. Действия над ЛО и соответствующие действия над матрицами. Операция умножения ЛО. Ядро и образ ЛО. Инвариантные подпространства ЛО. Собственные значения и собственные векторы ЛО. ЛО в ЕП. Жорданова форма матрицы ЛО. ЛО в УП.

V. Квадратичные и билинейные формы (КФ и БФ).

Изменение КФ при линейном преобразовании переменных. Метод Лагранжа приведения КФ к каноническому виду. Приведение КФ ортогональным преобразованием к каноническому виду. Связь БФ с КФ. Метод Якоби приведения КФ к каноническому виду. Закон инерции КФ. Классификация КФ. Критерий Сильвестра. Задача о паре КФ.

VI. Применение теории КФ к исследованию кривых второго порядка.

Приведение общего уравнения второй степени к каноническому виду. Инварианты алгебраического уравнения второй степени. Классификация алгебраических уравнений второй степени и кривых второго порядка. Выражение коэффициентов канонического уравнения кривой второго порядка через его инварианты. Центральные кривые второго порядка.

VII. Тензоры в конечномерном ЛП.

Примеры тензоров. Определение и простейшие свойства. Операции над тензорами. Тензоры в ЕП. Физические примеры.

VIII. Группы.

Определение. Примеры. Группы преобразований: группы движений, группы преобразований ЛП, группа преобразований Лоренца. Псевдоевклидово пространство.