

// Пример реализации схемы "крест" в двумерном случае

```
pi=3.141592653;
L=2;           // x in [0, L]
H=1;           // y in [0, H]
N=101;         // число узлов по x
M=51;          // число узлов по y
T=1;           // длина расчетного промежутка по времени
hx=L/(N-1);    // шаг по x
hy=2*H/(2*M-3); // шаг по y
J=2+round(2*T*sqrt(1/hx^2+1/hy^2)); // число слоев по времени с учетом
// условия Куранта

tau=T/(J-1);   // шаг по t
x=zeros(N,1);  // массив узлов по x
y=zeros(M,1);  // массив узлов по y
t=zeros(J,1);  // массив узлов по t
// Задание сетки-----
for n=1:N
    x(n)=(n-1)*hx;
end
for m=1:M
    y(m)=(m-1)*hy;
end
for j=1:J
    t(j)=(j-1)*tau;
end
//-----
// Аналитическое решение-----
u=zeros(M,N,J);
for j=1:J
    for n=1:N
        for m=1:M
            u(m,n,j)=t(j)*x(n)*y(m)+...
                cos(pi*sqrt(2)*t(j))*sin(pi*x(n)/2)*sin(pi*y(m)/2);
        end
    end
end
//-----
// Численное решение-----
v=zeros(M,N,J);
err=zeros(M,N,J); // погрешность численного решения
// Начальные условия:
for n=1:N
    for m=1:M
        v(m,n,1)=sin(pi*x(n)/2)*sin(pi*y(m)/2);
        v(m,n,2)=x(n)*y(m)*tau+(1-tau^2*pi^2)*v(m,n,1);
        err(m,n,2)=v(m,n,2)-u(m,n,2);
    end
end

for j=2:J-1
    for n=2:N-1
        for m=2:M-1
            v(m,n,j+1)=2*v(m,n,j)-v(m,n,j-1)+...
```

```
tau^2*4*(v(m,n+1,j)-2*v(m,n,j)+v(m,n-1,j))/hx^2+...
tau^2*4*(v(m+1,n,j)-2*v(m,n,j)+v(m-1,n,j))/hy^2;
err(m,n,j+1)=v(m,n,j+1)-u(m,n,j+1);
```

```
end
```

```
end
```

```
// граничные условия:
```

```
for m=1:M
```

```
    v(m,N,j+1)=2*t(j+1)*y(m);
```

```
    err(m,N,j+1)=v(m,N,j+1)-u(m,N,j+1);
```

```
end
```

```
for n=2:N-1
```

```
    v(M,n,j+1)=v(M-1,n,j+1)+t(j+1)*x(n)*hy;
```

```
    err(M,n,j+1)=v(M,n,j+1)-u(M,n,j+1);
```

```
end
```

```
end
```

```
//-----
```

```
j=50;
```

```
figure
```

```
    surf(x,y,u(:,j))
```

```
    xlabel('x')
```

```
    ylabel('y')
```

```
    zlabel('u')
```

```
    title('analitical solution')
```

```
figure
```

```
    surf(x,y,v(:,j))
```

```
    xlabel('x')
```

```
    ylabel('y')
```

```
    zlabel('u')
```

```
    title('calculated solution')
```

```
figure
```

```
    surf(x,y,err(:,j))
```

```
    xlabel('x')
```

```
    ylabel('y')
```

```
    zlabel('err')
```

```
    title('error')
```

```
// Пример реализации эволюционно-факторизованной схемы для уравнения
// колебаний в двумерном случае
```

```
pi=3.141592653;
sigma=1/4; // параметр в неявной схеме
L=2; // x in [0, L]
H=1; // y in [0, H]
N=101; // число узлов по x
M=51; // число узлов по y
T=1; // длина расчетного промежутка по времени
hx=L/(N-1); // шаг по x
hy=2*H/(2*M-3); // шаг по y
J=2+round(2*T*sqrt(1/hx^2+1/hy^2));
//J=100;
tau=T/(J-1); // шаг по t
x=zeros(N,1); // массив узлов по x
y=zeros(M,1); // массив узлов по y
t=zeros(J,1); // массив узлов по t
// Задание сетки-----
for n=1:N
    x(n)=(n-1)*hx;
end
for m=1:M
    y(m)=(m-1)*hy;
end
for j=1:J
    t(j)=(j-1)*tau;
end
//-----
// Аналитическое решение-----
u=zeros(M,N,J);
for j=1:J
    for n=1:N
        for m=1:M
            u(m,n,j)=t(j)*x(n)*y(m)+...
                cos(pi*sqrt(2)*t(j))*sin(pi*x(n)/2)*sin(pi*y(m)/2);
        end
    end
end
//-----
// Численное решение-----
v=zeros(M,N,J); // численное решение
err=zeros(M,N,J); // погрешность численного решения
// Начальные условия:
for n=1:N
    for m=1:M
        v(m,n,1)=sin(pi*x(n)/2)*sin(pi*y(m)/2);
        v(m,n,2)=x(n)*y(m)*tau+(1-tau^2*pi^2)*v(m,n,1);
        err(m,n,2)=v(m,n,2)-u(m,n,2);
    end
end
```

```

w=zeros(M,N); //вспомогательная функция при переходе со слоя на слой
alpha_x=zeros(N-1,1);
beta_x=zeros(N-1,1);
alpha_y=zeros(M-1,1);
beta_y=zeros(M-1,1);
Ax=4*sigma*tau^2/hx^2;
Cx=1+2*Ax;
Ay=4*sigma*tau^2/hy^2;
Cy=1+2*Ay;
for j=2:J-1
    // вычисление вспомогательной функции w -----
    for m=2:M-1
        // прямой ход прогонки по x-----
        for n=2:N-1
            F=4*(v(m,n-1,j)-2*v(m,n,j)+v(m,n+1,j))/hx^2+...
                4*(v(m-1,n,j)-2*v(m,n,j)+v(m+1,n,j))/hy^2;
            alpha_x(n)=Ax/(Cx-Ax*alpha_x(n-1));
            beta_x(n)=(F+Ax*beta_x(n-1))/(Cx-Ax*alpha_x(n-1));
        end
        // обратный ход прогонки по x-----
        for n=N-1:-1:1
            w(m,n)=alpha_x(n)*w(m,n+1)+beta_x(n);
        end
    end
    //вычисление функции v на новом слое по времени-----
    for n=2:N-1
        // прямой ход прогонки по y-----
        for m=2:M-1
            F=tau^2*w(m,n)+Ay*(v(m-1,n,j-1)-2*v(m-1,n,j))-...
                Cy*(v(m,n,j-1)-2*v(m,n,j))+Ay*(v(m+1,n,j-1)-2*v(m+1,n,j));
            alpha_y(m)=Ay/(Cy-Ay*alpha_y(m-1));
            beta_y(m)=(F+Ay*beta_y(m-1))/(Cy-Ay*alpha_y(m-1));
        end
        // обратный ход прогонки по y-----
        v(M,n,j+1)=(beta_y(M-1)+hy*t(j+1)*x(n))/(1-alpha_y(M-1));
        err(M,n,j+1)=v(M,n,j+1)-u(M,n,j+1);
        for m=M-1:-1:1
            v(m,n,j+1)=alpha_y(m)*v(m+1,n,j+1)+beta_y(m);
            err(m,n,j+1)=v(m,n,j+1)-u(m,n,j+1);
        end
    end
end
// граничные условия:
for m=1:M
    v(m,N,j+1)=2*t(j+1)*y(m);
    err(m,N,j+1)=v(m,N,j+1)-u(m,N,j+1);
end
end
//-----

j=100;
figure
surf(x,y,u(:,j))
xlabel('x')

```

```
ylabel('y')  
zlabel('u')  
title('analitical solution')
```

figure

```
surf(x,y,v(:,:,j))  
xlabel('x')  
ylabel('y')  
zlabel('u')  
title('calculated solution')
```

figure

```
surf(x,y,err(:,:,j))  
xlabel('x')  
ylabel('y')  
zlabel('u')  
title('error')
```