

```
% Эволюционно-факторизованная схема для уравнения теплопроводности
```

```
% Задание сетки-----
```

```
N=101;  
M=101;  
K=101;  
J=101;  
hx=1/(N-3/2);  
hy=1/(M-2);  
hz=1/(K-1);  
tau=1/(J-1);  
x=zeros(N,1);  
for n=1:N  
    x(n)=(n-1)*hx;  
end  
y=zeros(M,1);  
for m=1:M  
    y(m)=-hy/2+(m-1)*hy;  
end  
z=zeros(K,1);  
for k=1:K  
    z(k)=(k-1)*hz;  
end  
t=zeros(J,1);  
for j=1:J  
    t(j)=(j-1)*tau;  
end
```

```
%-----
```

```
% Аналитическое решение -----
```

```
u=zeros(1,M*N*K); % на нужном слое по времени  
j0=50;  
for n=1:N  
for m=1:M  
for k=1:K  
    u(n+(m-1)*N+(k-1)*N*M)=exp(-pi^2*17*t(j0)/4)*sin(pi*x(n)/2)*sin(2*pi*z(k))+...  
        t(j0)*(x(n)^2+y(m)^2)*sin(pi*z(k));  
end  
end  
end
```

```
% сечение плоскостью x(n0):
```

```
n0=40;  
u_yz=zeros(M,K);  
for m=1:M  
for k=1:K  
    u_yz(m,k)=u(n0+(m-1)*N+(k-1)*N*M);  
end  
end
```

```
% сечение плоскостью z(k0):
```

```
k0=40;  
u_xy=zeros(N,M);  
for n=1:N  
for m=1:M  
    u_xy(n,m)=u(n+(m-1)*N+(k0-1)*N*M);  
end  
end
```

```
% сечение плоскостью y(m0):
```

```

m0=10;
u_xz=zeros(N,K);
for n=1:N
for k=1:K
    u_xz(m,k)=u(n+(m0-1)*N+(k-1)*N*M);
end
end
%-----

% Численное решение-----
w=zeros(1,M*N*K); % значения на текущем слое
w1=zeros(1,M*N*K); % первая вспомогательная функция
w2=zeros(1,M*N*K); % вторая вспомогательная функция

% Начальные условия:
for n=1:N
for m=1:M
for k=1:K
    w(n+(m-1)*N+(k-1)*N*M)=sin(pi*x(n)/2)*sin(2*pi*z(k));
end
end
end

% ОСНОВНОЙ ЦИКЛ
al_x=zeros(N-1,1);
bet_x=zeros(N-1,1);
Ax=tau/(2*hx^2);
Cx=2*Ax+1;

al_y=zeros(M-1,1);
bet_y=zeros(M-1,1);
Ay=tau/(2*hy^2);
Cy=2*Ay+1;
al_y(1)=1;

al_z=zeros(K-1,1);
bet_z=zeros(K-1,1);
Az=tau/(2*hz^2);
Cz=2*Az+1;

for j=2:j0
% вычисление первой вспомогательной функции-----
for m=2:M-1
for k=2:K-1
    q0=sin(pi*z(k))-tau/2*(sin(pi*z(k+1))-2*sin(pi*z(k))+sin(pi*z(k-1)))/hz^2;
    bet_x(1)=(y(m)^2-tau)*q0;
    for n=2:N-1
        tt=t(j)-tau/2;
        f=sin(pi*z(k))*((1+pi^2*tt)*(x(n)^2+y(m)^2)-4*tt);
        d1=(w(n+1+(m-1)*N+(k-1)*N*M)-2*w(n+(m-1)*N+(k-1)*N*M)+ ...
            w(n-1+(m-1)*N+(k-1)*N*M))/hx^2;
        d2=(w(n+(m+1-1)*N+(k-1)*N*M)-2*w(n+(m-1)*N+(k-1)*N*M)+ ...
            w(n+(m-1-1)*N+(k-1)*N*M))/hy^2;
        d3=(w(n+(m-1)*N+(k+1-1)*N*M)-2*w(n+(m-1)*N+(k-1)*N*M)+ ...
            w(n+(m-1)*N+(k-1-1)*N*M))/hz^2;
        F=f+(d1+d2+d3);
        al_x(n)=Ax/(Cx-Ax*al_x(n-1));
        bet_x(n)=(F+Ax*bet_x(n-1))/(Cx-Ax*al_x(n-1));
    end
end
end

```

```

w1(N+(m-1)*N+(k-1)*N*M)=(2*q0*hx+bet_x(N-1))/(1-al_x(N-1));
for n=N-1:-1:1
    w1(n+(m-1)*N+(k-1)*N*M)=al_x(n)*w1(n+1+(m-1)*N+(k-1)*N*M)+bet_x(n);
end
end
end
%-----

% вычисление второй вспомогательной функции-----
for n=2:N-1
for k=2:K-1
    for m=2:M-1
        al_y(m)=Ay/(Cy-Ay*al_y(m-1));
        bet_y(m)=(w1(n+(m-1)*N+(k-1)*N*M)+Ay*bet_y(m-1))/(Cy-Ay*al_y(m-1));
    end
    q0=sin(pi*z(k))-tau/2*(sin(pi*z(k+1))-2*sin(pi*z(k))+sin(pi*z(k-1)))/hz^2;
    w2(n+(M-1)*N+(k-1)*N*M)=(2*q0*hy+bet_y(M-1))/(1-al_y(M-1));
    for m=M-1:-1:1
        w2(n+(m-1)*N+(k-1)*N*M)=al_y(m)*w2(n+(m+1-1)*N+(k-1)*N*M)+bet_y(m);
    end
end
end
end
%-----

% переход на слой j+1-----
% внутренние узлы по x и y -----
for n=2:N-1
for m=2:M-1
    for k=2:K-1
        d3=(w(n+(m-1)*N+(k+1-1)*N*M)-2*w(n+(m-1)*N+(k-1)*N*M)+ ...
            w(n+(m-1)*N+(k-1-1)*N*M))/hz^2;
        F=w2(n+(m-1)*N+(k-1)*N*M)*tau+w(n+(m-1)*N+(k-1)*N*M)-tau*d3/2;
        al_z(k)=Az/(Cz-Az*al_z(k-1));
        bet_z(k)=(F+Az*bet_z(k-1))/(Cz-Az*al_z(k-1));
    end
    for k=K-1:-1:1
        w(n+(m-1)*N+(k-1)*N*M)=al_z(k)*w(n+(m-1)*N+(k+1-1)*N*M)+bet_z(k);
    end
end
end
end
% граница -----
for k=1:K
for n=2:N-1
    w(n+(1-1)*N+(k-1)*N*M)=w(n+(2-1)*N+(k-1)*N*M);
    w(n+(M-1)*N+(k-1)*N*M)=w(n+(M-1-1)*N+(k-1)*N*M)+2*t(j)*hy*sin(pi*z(k));
end
end

for k=1:K
for m=1:M
    w(1+(m-1)*N+(k-1)*N*M)=t(j)*y(m)^2*sin(pi*z(k));
    w(N+(m-1)*N+(k-1)*N*M)=w(N-1+(m-1)*N+(k-1)*N*M)+2*t(j)*hx*sin(pi*z(k));
end
end
end
%-----

% сечение плоскостью x(n0)-----
w_yz=zeros(M,K);

```

```

for m=1:M
for k=1:K
    w_yz(m,k)=w(n0+(m-1)*N+(k-1)*N*M);
end
end
err_yz=w_yz-u_yz;

figure
surf(y,z,u_yz')
shading interp
xlabel('y')
ylabel('z')
zlabel('u')
title('Аналитическое решение, сечение плоскостью x=x(n0)')

figure
surf(y,z,w_yz')
shading interp
xlabel('y')
ylabel('z')
zlabel('w')
title('Численное решение, сечение плоскостью x=x(n0)')

figure
surf(y,z,err_yz')
shading interp
xlabel('y')
ylabel('z')
zlabel('err')
title('Погрешность в сечении плоскостью x=x(n0)')
%-----

% сечение плоскостью z(k0):
w_xy=zeros(N,M);
for n=1:N
for m=1:M
    w_xy(n,m)=w(n+(m-1)*N+(k0-1)*N*M);
end
end
err_xy=w_xy-u_xy;

figure
surf(x,y,u_xy')
shading interp
xlabel('x')
ylabel('y')
zlabel('u')
title('Аналитическое решение, сечение плоскостью z=z(k0)')

figure
surf(x,y,w_xy')
shading interp
xlabel('x')
ylabel('y')
zlabel('w')
title('Численное решение, сечение плоскостью z=z(k0)')

figure
surf(x,y,err_xy')

```

```

shading interp
xlabel('x')
ylabel('y')
zlabel('err')
title('Погрешность в сечении плоскостью z=z(k0)')
%-----

% сечение плоскостью y(m0):
w_xz=zeros(N,K);
for n=1:N
for k=1:K
    w_xz(m,k)=w(n+(m0-1)*N+(k-1)*N*M);
end
end
err_xz=w_xz-u_xz;

figure
surf(x,z,u_xz')
shading interp
xlabel('x')
ylabel('z')
zlabel('u')
title('Аналитическое решение, сечение плоскостью y=y(m0)')

figure
surf(x,z,w_xz')
shading interp
xlabel('x')
ylabel('z')
zlabel('w')
title('Численное решение, сечение плоскостью y=y(m0)')

figure
surf(x,z,err_xz')
shading interp
xlabel('x')
ylabel('z')
zlabel('w')
title('Погрешность в сечении плоскостью y=y(m0)')

```