

<p>Раздел I. Приближение функций</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Интерполирование. Интерполяционный многочлен в форме Лагранжа.. Многочлены Чебышева. Минимизация остатка интерполирования. Интерполирование с кратными узлами. Многочлен Эрмита. Сходимость интерполяционного процесса. Применение интерполирования к вычислению производных.</li> <li>2. Сплайн-приближения. Сплайн-интерполирование. Интерполяционный кубический сплайн. Экстремальное свойство интерполяционного кубического сплайна. Сплайн-сглаживание. Многомерная алгебраическая интерполяция. Бикубический сплайн.</li> <li>3. Наилучшие приближения. Наилучшее приближение в гильбертовом пространстве. Среднеквадратичное приближение функций алгебраическими многочленами. Метод наименьших квадратов. Задача построения ортонормированного базиса. Наилучшее равномерное приближение. Теорема о чебышевском альтернансе. Примеры построения многочленов наилучшего равномерного приближения.</li> <li>4. NLLS (NonLinear Least Square). Решение обратных задач.</li> </ol>	
<p>Раздел II. Численное интегрирование и дифференцирование</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>5. Интерполяционные квадратурные формулы. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса. Правило Рунге оценки точности квадратурных формул и автоматический выбор шага интегрирования.</li> <li>6. Квадратурные формулы типа Гаусса Квадратурные формулы наивысшей алгебраической степени точности . Частные случаи квадратурных формул НАСТ. Квадратурные формулы с заранее предписанными узлами и равными коэффициентами.</li> <li>7. Приближенное вычисление кратных интегралов Понятие о кубатурных формулах. Кубатурная формула трапеций на прямоугольной сетке. Кубатурная формула средних на прямоугольной сетке. Кубатурная формула Симпсона. Кубатурная формула средних на треугольной сетке.</li> <li>8. Дуальные системы чисел. Автоматическое дифференцирование. Конечные разности.</li> </ol>	
<p>Раздел III. Решение нелинейных уравнений и систем</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>9. Итерационные методы решения нелинейных уравнений и систем. Метод простых итераций. Теорема о сходимости.. Метод Ньютона для одного уравнения. Видоизменения метода Ньютона. Решение систем нелинейных уравнений. Метод простых итераций. Методы Зейделя и Гаусса-Зейделя. Метод Ньютона и его видоизменения.</li> <li>10. Вариационный подход к решению нелинейных систем. Сведение решения системы нелинейных уравнений к решению вариационной задачи. Метод покоординатного спуска. Метод градиентного спуска. Проблема выбора начального приближения. Метод продолжения по параметру.</li> </ol>	
<p>Раздел IV. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>11. Устойчивость решения СЛАУ по правой части и коэффициентная устойчивость. Число обусловленности матрицы и его свойства. Хорошо обусловленные и плохо обусловленные СЛАУ.</li> <li>12. Прямые методы решения СЛАУ Теорема об LU-разложении. Методы Гаусса с выбором главного элемента. Вычисление определителей и обращение матриц с помощью метода Гаусса. Метод квадратного корня. Метод Жордана обращения матриц. Диагонально доминирующие матрицы. Ортогональные преобразования. Методы отражений, вращений и ортогонализации. Метод прогонки решения СЛАУ с трехдиагональной матрицей.</li> </ol>	

<p>13. Итерационные методы решения СЛАУ Общая характеристика итерационных методов решения СЛАУ. Сходимость матричной геометрической прогрессии. Градиент функционала. Методы простой итерации и Зейделя. Теоремы сходимости. Элементы теории двухслойных итерационных методов. Основная теорема сходимости. Методы Якоби, Гаусса-Зейделя и релаксации. Оптимизация сходимости итерационных процессов. Итерационные методы вариационного типа.</p>	
<p>Раздел V. Методы решения задач на собственные значения</p> <p>14. Полная проблема собственных значений Общая постановка задачи на собственные значения. Устойчивость задачи на собственные значения. прямые методы отражений и вращений. Итерационный метод вращений. QR-алгоритм. Метод бисекций решения полной проблемы собственных значений. SVD.</p> <p>15. Частичная проблема собственных значений Степенной метод вычисления наибольшего по модулю собственного значения и его модификации. Метод обратных итераций. Метод -разности. Ускорение сходимости степенного метода.</p>	
<p>Раздел VI. Минимизация.</p> <p>16. Минимум функции одного переменного. Минимум функции многих переменных. Квадратичная функция, ее свойства. Спуск по координатам. Градиентные методы. Наискорейший спуск. Метод сопряженных градиентов. Минимум функционала. Метод пробных функций. Метод Рунца.</p> <p>17. PINN – Physic’s Informed Neural Network.</p>	
<p>Раздел V. Методы численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений</p> <p>18. Методы решения задачи Коши. Построение одношаговых методов способом разложения решения в ряд Тейлора. Методы типа Рунге–Кутта. Построение вычислительных правил на основе принципа последовательного повышения порядка точности. Главный член погрешности. Правило Рунге. Методы решения жестких систем. Многошаговые методы. Экстраполяционный и интерполяционный методы Адамса.</p> <p>19. Методы решения краевых задач Многоточечные и граничные задачи. Решение линейных граничных задач. Метод дифференциальной прогонки. Метод стрельбы. Метод редукции. Методы решения нелинейных задач. Метод сеток решения граничных задач. Разрешимость системы разностных уравнений. Метод разностной прогонки. Методы моментов, Галеркина, Рунца, наименьших квадратов.</p>	
<p>Раздел VII. Разностные схемы решения простейших физических моделей.</p> <p>20. Схемы и способы их построения Консервативные схемы. Интегро-интерполяционный метод построения консервативных схем. Устойчивость и сходимость. Схема повышенного порядка точности.</p> <p>21. Методы решения сеточных уравнений Методы Якоби, Зейделя, верхней релаксации. Итерационный метод переменных направлений. Метод редукции.</p> <p>22. Численные методы решения задач математической физики в областях сложной формы. Метод контрольного объема. Метод конечных элементов. Метод граничных элементов.</p> <p>23. Многомерные задачи Экономичные разностные схемы для многомерных задач математической физики. Схема переменных направлений. Устойчивость. Погрешность аппроксимации</p>	